

Chapitre 6

Algorithmes de soustraction

Note : Les chapitres 4 et 6 sont lourds. Les chapitres 5 et 7 sont beaucoup plus légers. Ce serait avantageux d'alterner les problèmes du chapitre 4 avec les activités des problèmes 5 et 7. Il faudrait procéder de la même façon avec le chapitre 6.

Dans ce chapitre, à partir de problèmes de consommation, votre enfant apprendra à codifier les calculs qu'il effectue sur la planche à calculer. Assurez-vous qu'il comprenne bien les liens qui unissent les calculs concrets réalisés sur la planche à calculer aux calculs écrits.

Lorsque cette étape sera franchie, il sera temps de lui faire mémoriser ses tables de soustraction et de lui faire pratiquer le calcul écrit portant sur la soustraction.

Matériel

- 2 planches à calculer à 6 régions (Voir problème 7);
- Une cinquantaine de jetons.

Évaluation

Compréhension :

Assurez-vous que votre enfant comprend :

1. que le calcul avec les symboles représente exactement la même procédure que ce qui est fait avec la planche à calculer;
2. qu'il existe plusieurs façons de calculer avec la planche à calculer et aussi avec les symboles;
3. qu'avant d'effectuer un calcul, il y a lieu de bien observer les nombres car il est souvent possible de les remplacer par d'autres nombres afin de rendre les calculs plus faciles.
Exemple : $400 - 124$ devrait être remplacé par $399 - 123$ ou par $399 - 124 + 1$.

Raisonnement :

Assurez-vous que votre enfant est en mesure de justifier :

1. ses procédés de calculs concrets et symboliques;
2. diverses modifications aux nombres d'une soustraction afin de rendre le calcul plus facile.

Effacité :

Cette année, assurez-vous que votre enfant soit capable de réussir au moins 45 soustractions de base (Ex. : $14 - 5 = \dots$; $8 - 3 = \dots$; ...) en 4 minutes ou moins. Vous aurez écrit sur une feuille 50 de ces soustractions en les diversifiant le plus possible.

Note : Avant d'aborder le problème 1, lisez bien les problèmes 1 à 7. Vous aurez une bonne idée de ce qui va suivre. Ne vous inquiétez pas si tout cela semble complexe.

Problème 1

Passons à la soustraction. Encore ici, il existe de nombreuses techniques, assurez-vous que votre enfant comprend bien que toutes ces techniques conduisent aux mêmes réponses et que les techniques symboliques sont des procès-verbaux représentant exactement le travail concret.

Prenez une planche à calculer à six régions et une poignée de jetons. Proposez à votre enfant le problème suivant.

Dans une banlieue, il y a 712 maisons. Dans la banlieue voisine, il y a 358 maisons. Sur ta planche à calculer illustre ces deux nombres pour que nous voyons bien le nombre de maisons de chaque banlieue.

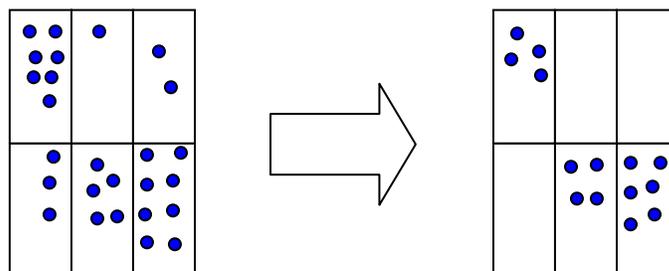
Note : Une banlieue sera l'équipe des + et l'autre celle des -. Que votre enfant choisisse +712 et -358 ou -712 et +358 n'a aucune importance.

Demandez à votre enfant de trouver la différence entre ces deux nombres, donc de combien un des nombres est-il plus grand que l'autre.

Note : Il y a de fortes chances pour que votre enfant procède par élimination dans chaque colonne d'abord. Laissez-le faire. Si votre enfant a déjà appris à soustraire avec la méthode traditionnelle et qu'il procède par élimination, vous pouvez vous demander si ce qu'il a appris est naturel et compris.

Si votre enfant veut calculer avec les chiffres, interdisez-le car nous voulons nous assurer ici de sa compréhension.

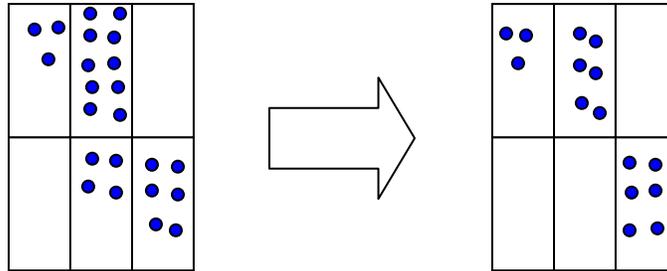
Donc, si votre enfant procède par élimination, voici ce qu'il fera. (Si tel n'est pas le cas, allez réaliser le problème qui, parmi les suivants, représente son travail.)



Notez ce travail comme suit :

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \ 2 \\ - 3 \ 5 \ 8 \\ \hline 4 \ -4 \ -6 \end{array}$$

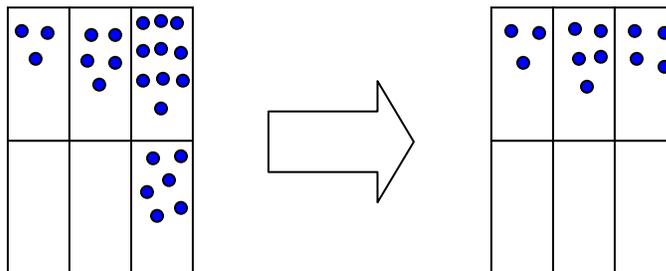
Demandez à votre enfant de poursuivre son travail jusqu'à ce qu'une seule équipe ait des jetons. Il devrait alors obtenir :



Et vous noterez :

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \ 2 \\ - 3 \ 5 \ 8 \\ \hline 4 \ -4 \ -6 \\ 3 \ 6 \ -6 \end{array}$$

Ensuite :



Vous noterez donc :

$$\begin{array}{r} 7 \ 1 \ 2 \\ - 3 \ 5 \ 8 \\ \hline 4 \ -4 \ -6 \\ 3 \ 6 \ -6 \\ 3 \ 5 \ 4 \end{array}$$

Note : Si votre enfant avait choisi -712 et $+358$ au lieu de $+712$ et -358 , il obtiendrait -354 , ce qui revient au même.

Si votre enfant a procédé autrement, voyez les problèmes suivants pour l'accompagner dans son travail.

Proposez-lui maintenant d'effectuer les soustractions suivantes avec la méthode de l'élimination.

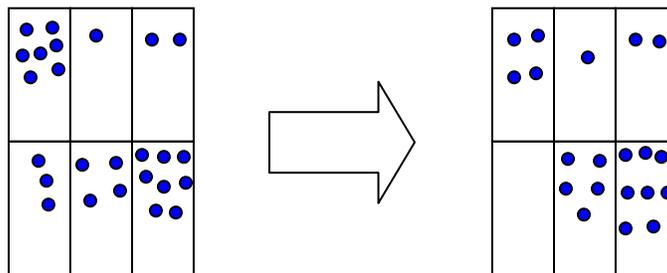
- a) 508 – 435
- b) 174 – 92
- c) 725 – 186
- d) 800 – 286
- e) 551 – 155

Continuez au besoin.

Passez aux problèmes qui suivent. Cette fois, vous effectuerez les calculs avec la planche et aiderez votre enfant à les noter. Assurez-vous qu'il comprenne bien chaque étape de ses calculs.

Problème 2

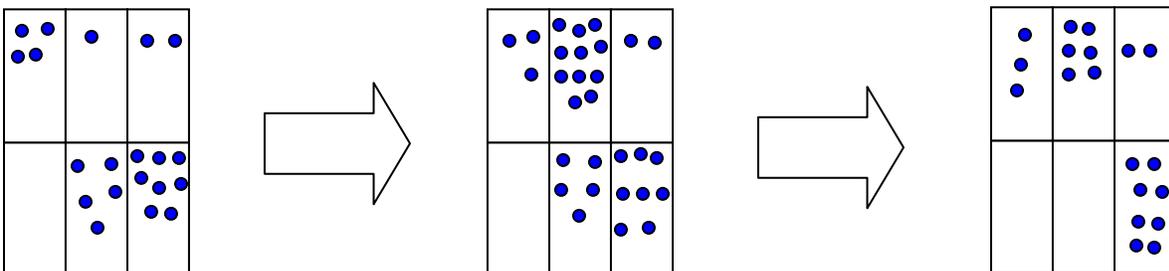
La méthode de l'emprunt par la gauche



Qui sera notée :

$$\begin{array}{r} 712 \\ - 358 \\ \hline 4 \end{array}$$

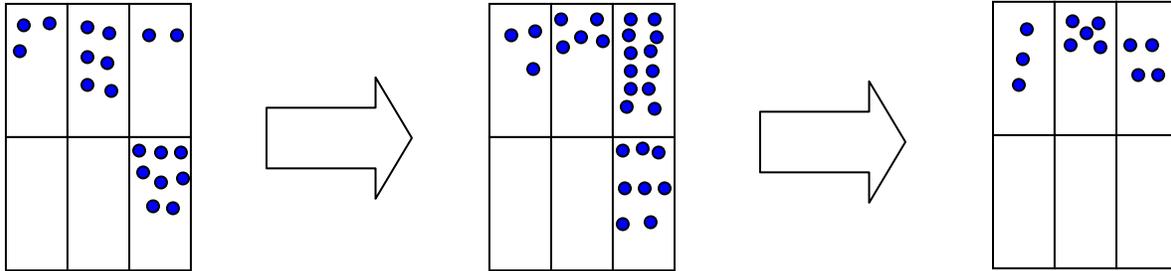
Ensuite :



D'où :

$$\begin{array}{r} 712 \\ - 358 \\ \hline 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 11 \\ 7\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline \cancel{4} \\ 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 11 \\ 7\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline \cancel{4} \\ 36 \end{array}$$

Enfin :



$$\begin{array}{r} 11 \\ 7\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline \cancel{4} \\ 36 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 1112 \\ 7\cancel{1}\cancel{2} \\ - 358 \\ \hline \cancel{4} \\ 3\cancel{6} \\ 5 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 1112 \\ 7\cancel{1}\cancel{2} \\ - 358 \\ \hline \cancel{4} \\ 3\cancel{6} \\ 54 \end{array}$$

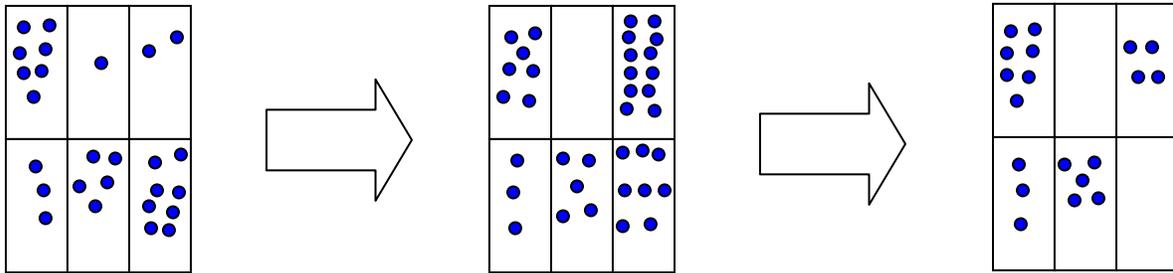
La réponse est donc 354.

À votre enfant maintenant de faire la manipulation en imitant cette technique avec les soustractions suivantes. (Notez ces calcul comme ci-haut.)

- a) 429 – 153
- b) 345 – 129
- c) 702 – 316
- d) 431 – 158
- e) 317 – 73

Problème 3

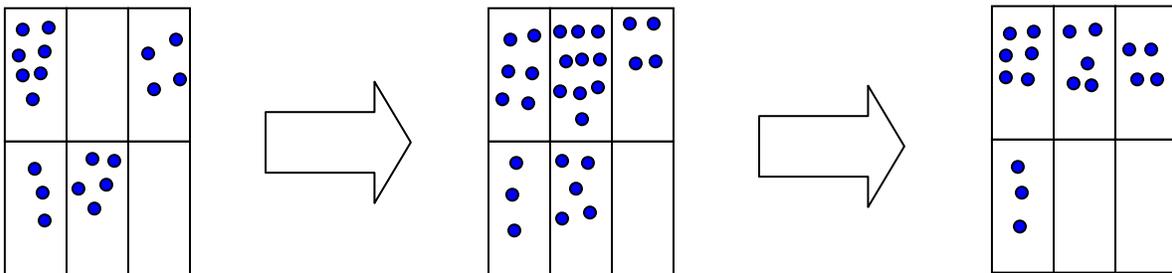
La méthode de l'emprunt par la droite



D'où :

$$\begin{array}{r} 712 \\ - 358 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 12 \\ 7\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 12 \\ 7\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline 4 \end{array}$$

Ensuite :



Donc :

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6\cancel{1}012 \\ - 358 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 12 \\ 610\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 12 \\ 610\cancel{1}2 \\ - 358 \\ \hline 54 \end{array}$$

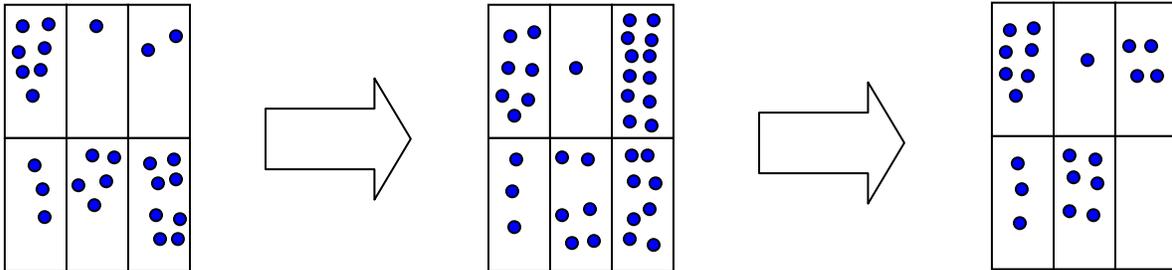
Il reste à éliminer les 3 centaines pour obtenir 354.

Demandez à votre enfant d'effectuer sur la planche, avec cette méthode, les soustractions suivantes en notant ses calculs.

- a) 584 – 127
- b) 608 – 243
- c) 816 – 539
- d) 704 – 145
- f) 317 – 84

Problème 4

La méthode française



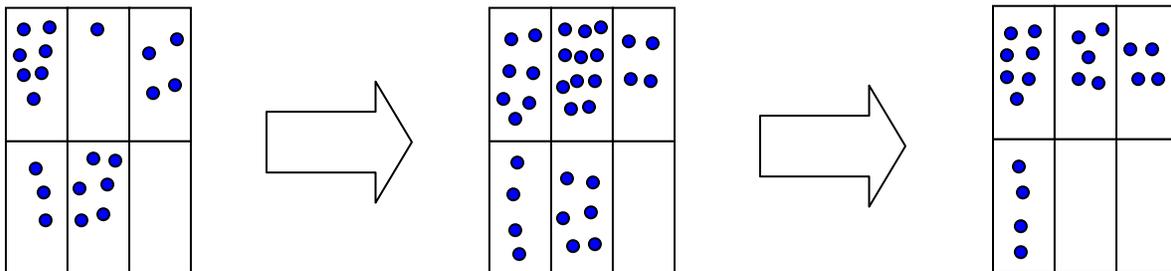
D'où :

$$\begin{array}{r} 712 \\ - 358 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 71\cancel{2}^{12} \\ - \underset{1}{3}58 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 71\cancel{2}^{12} \\ - \underset{1}{3}58 \\ \hline 4 \end{array}$$

Notes :

1. La méthode française est dite de compensation. On ajoute 10 unités à l'équipe des + et on compense en ajoutant 1 dizaine à l'équipe des -. En agissant ainsi, la différence reste constante entre les nombres à soustraire et la soustraction des unités devient possible.
2. En fait, $712 - 358$ est transformé en $722 - 368$ ou $(7 \text{ c.} + 1 \text{ d.} + 12 \text{ u.}) - (3 \text{ c.} + 6 \text{ d.} + 8 \text{ u.})$

Ensuite :



Donc :

$$\begin{array}{r} 722 \\ - 368 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 72\cancel{2}^{12} \\ - \underset{1}{3}68 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 72\cancel{2}^{12} \\ - \underset{1}{3}68 \\ \hline 54 \end{array}$$

Et il reste à éliminer les centaines pour obtenir 354.

Demandez à votre enfant d'effectuer les soustractions suivantes et notez ses calculs comme ci-haut.

- a) $345 - 128$
- b) $412 - 171$
- c) $500 - 135$
- d) $824 - 76$
- e) $613 - 145$

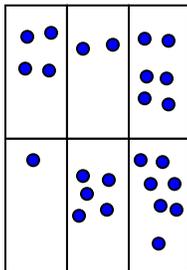
Problème 5

Votre enfant a maintenant vu quatre algorithmes de soustraction qui se ressemblent sur plusieurs points. Il nous faudra maintenant simplifier la notation de certains de ces algorithmes afin d'en accélérer l'exécution. Essentiellement, votre enfant pourra mémoriser certains éléments au lieu de les noter. Un dernier mot, si votre enfant commence par la gauche, n'y changez rien, il utilise la technique la plus naturelle, la plus efficace et celle qui présente le moins de difficultés.

Proposez donc à votre enfant d'effectuer la soustraction suivante en commençant par la gauche. Il devra d'abord l'illustrer sur sa planche et noter ses calculs en parallèle. Voici un dialogue semblable à celui qui devrait prendre place.

Vous – Place $426 - 157$ sur ta planche.

Donc :



Vous – Note cette soustraction.

Donc :
$$\begin{array}{r} 426 \\ - 157 \\ \hline \end{array}$$

Vous – Commence à gauche.

Enf. – J'enlève une centaine dans chaque équipe, il reste 3 centaines.

Vous – Avant d'écrire 3 à la position des centaines, regarde les dizaines et dis-moi si nous allons pouvoir garder ces 3 centaines.

Enf. – Non car l'équipe des + n'a pas assez de dizaines. Il va falloir changer une centaine en dizaines, il restera 2 centaines seulement.

Vous – Alors, note 2 à la position des centaines.

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 426 \\ - 157 \\ \hline 269 \end{array}$$

Vous – Et ensuite ?

Enf. – J’ai maintenant 12 dizaines dans l’équipe des + et 5 dans l’équipe des -. Les + gagnent par 7 dizaines.

Vous – Faut-il noter 7 dizaines ?

Enf. - ??

Vous – Que se passera-t-il avec les unités ?

Enf. – Il n’y en a pas assez, il faudra transformer une dizaine... donc il restera 6 à la position des dizaines.

Vous – Note donc seulement 6.

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 426 \\ - 157 \\ \hline 269 \end{array}$$

Enf. – Il y a maintenant 16 unités dans l’équipe des + et 7 dans l’équipe des -. L’équipe des + gagne par 9 unités.

Vous – Peux-tu le noter ?

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 426 \\ - 157 \\ \hline 269 \end{array}$$

Reprenez cette méthode avec seulement les chiffres et demandez à votre enfant d’effectuer.

- a) 528 – 319
- b) 435 – 152
- c) 356 – 179
- d) 247 – 74
- e) 400 – 235

Problème 6

Et maintenant de droite à gauche en mémorisant. Proposez 523 – 154. Demandez à votre enfant de commencer à droite en utilisant sa planche à calculer.

Vous – Que peux-tu faire avec les unités?

Enf. – Il faut que j’ajoute dix unités. $13 - 4 = 9$, il reste 9 unités.

Vous – Note-le.

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 523 \\ -154 \\ \hline 9 \end{array}$$

Vous – Et avec les dizaines ?

Enf. – Il faut ajouter 10 dizaines.

Note : Il est possible que votre enfant ne se souvienne plus qu’il a déjà transformé une dizaine en unités. Au besoin, rappelez-le lui. Il pourrait alors effectuer $11 - 5 = 6$ avec la méthode anglaise ou $12 - 6 = 6$ avec la méthode française.

Vous – Tu veux bien noter ce 6.

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 523 \\ -154 \\ \hline 69 \end{array}$$

Vous – Et ensuite ?

Enf. $5 - 1 \dots$ hum non $4 - 1$ (ou encore $5 - 2$) = 3 centaines.

$$\begin{array}{r} \text{Donc : } 523 \\ -154 \\ \hline 369 \end{array}$$

Sans la planche à calculer, demandez-lui d’effectuer de droite à gauche les soustractions suivantes. Assurez-vous qu’il comprenne bien chaque étape.

- a) $524 - 171$
- b) $643 - 125$
- c) $812 - 137$
- d) $724 - 76$
- e) $400 - 217$

Problème 7

Discutez avec votre enfant des techniques utilisées aux problèmes 5 et 6. Mentionnez-lui que désormais il pourra choisir celle qu’il préfère autant sur sa planche à calculer qu’avec les chiffres seulement.

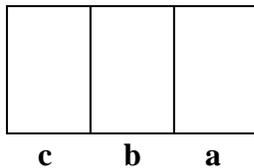
Sur une base régulière, demandez-lui désormais d’effectuer quelques soustractions symboliques.

Le temps est venu de lui faire mémoriser ses tables de soustraction.

Problème 8

Extension de la numération positionnelle

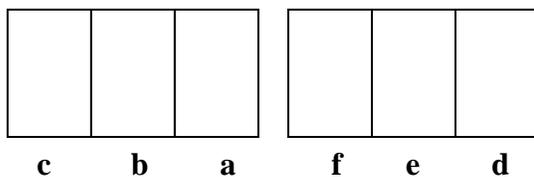
Au problème 1 du 4^e chapitre, nous avons procédé au prolongement de la numération par la droite, c'est-à-dire en ajoutant des unités de plus en plus petites.



Reprenez donc une planche à calculer en rappelant la valeur de chaque colonne dans l'ordre suivant : Colonne a – les unités, colonne b – les dizaines qui sont 10 fois plus grandes que les unités et colonne c – les centaines qui sont 10 fois plus grandes que les dizaines ou cent fois plus grandes que les unités.

Demandez à votre enfant combien il y a de dizaines dans une centaine ? (10) Combien d'unités dans une dizaine ? (10)

Ajoutez la seconde planche à droite de la première et mentionnez que la colonne d représente des dixièmes. Déduira-t-il qu'il y a 10 dixièmes dans une unité ?



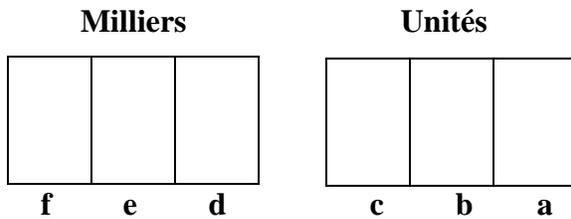
Mentionnez que la colonne e représente des centièmes et demandez-lui combien il y a de centièmes dans un dixième (10) et dans une unité (100).

Continuez avec la colonne f en mentionnant qu'il s'agit des millièmes.

Combien y a-t-il de millièmes dans un centième ? (10) Et dans un dixième ? (100) Et dans une unité ? (1000)

Problème 9

Enlevez la planche de droite et placez-la à gauche. Annoncez à votre enfant qu'il s'agit de la planche des milliers ou des mille. Sur cette planche, il y a des centaines (colonne f), des dizaines (e) et des unités (d).



Dictez à votre enfant les nombres suivants.

- a) Place 325 sur la planche des milliers et 614 sur celle des unités.

Note : La planche de droite désigne des unités, ainsi le nombre 614 se lit 614 unités même si le 6 est dans la colonne des centaines et le 1 dans celle des dizaines.

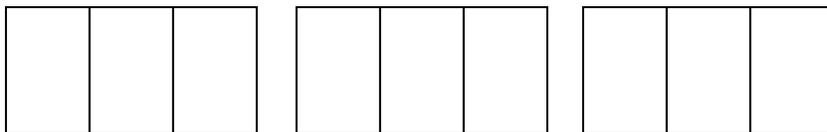
- b) 429 301 (Lisez 429 mille et 301 unités.)
 c) 72 425
 d) 100 100
 e) 201 102

Continuez au besoin.

Problème 10

Les grands nombres passionnent les enfants aussi allons-nous les faire voir à votre enfant afin qu'il se rende compte des modèles cachés dans la numération.

Sur une feuille de papier, tracez 3 planches à calculer comme suit :



Dites à votre enfant que la nouvelle planche est celle des millions. Demandez-lui de montrer comment écrire les nombres suivant que vous dicterez lentement.

- a) 321 millions, 217 mille 148 unités.
 b) 408 512 204
 c) 52 052 052
 d) 100 000 100 (cent millions cent unités)

Continuez au besoin.

Note : Si votre enfant est curieux, vous pouvez lui mentionner que les prochaines tranches de nombres à trois chiffres portent dans l'ordre les noms de : milliards, billions, billiards, trillions, trilliards, quadrillions, quatrilliards. Au-delà des quatrilliards, ce n'est pas encore très utile. Mais un jour, la dette nationale...