

Chapitre 3

Trigonométrie

Il n'y a pas d'erreur, le titre inscrit plus haut est bien « Trigonométrie » et, dans ce chapitre, nous allons initier votre enfant aux fondements de la trigonométrie. Dans ce but, il devra d'abord apprendre à mesurer des angles.

Ce chapitre l'amènera à mesurer des longueurs avec précision et à calculer des rapports équivalents, ce qui est tout à fait semblable au calcul de fractions équivalentes.

Matériel

- Une horloge à aiguilles ;
- Une montre à aiguilles ;
- Un rapporteur d'angles circulaire ou une boussole pour cartes à fond transparent. On m'informe qu'il existe une telle boussole de marque Victorinox.

Notes :1. Si vous ne trouvez par un tel rapporteur, vous pouvez soit en construire un en collant deux rapporteurs semi-circulaires (de 0 à 180°). Un truc, choisissez alors des rapporteurs imprimés sur une pièce de plastique très mince.

2. Si vous pouvez vous procurer une boussole à fond transparent, telles celles de marque Victorinox, vous aurez un excellent rapporteur d'angles circulaire (de 0° à 360°) en plus d'avoir un appareil qui pourra nous être utile plus tard.

Évaluation

Compréhension : Votre enfant comprend :

- que la longueur des côtés d'un angle n'en modifie pas la mesure ;
- que, pour un même angle, le rapport entre le côté opposé de l'angle et son côté adjacent (tangente) ne varie pas ;
- que plus la longueur du côté adjacent augmente, plus la longueur du côté opposé augmente et réciproquement.

Raisonnement : Votre enfant peut prédire la longueur du côté adjacent s'il connaît celle du côté opposé (ou l'inverse) dès qu'il a pu établir 2 ou 3 cas se rapportant à un même angle.

Efficacité : Votre enfant démontre son efficacité :

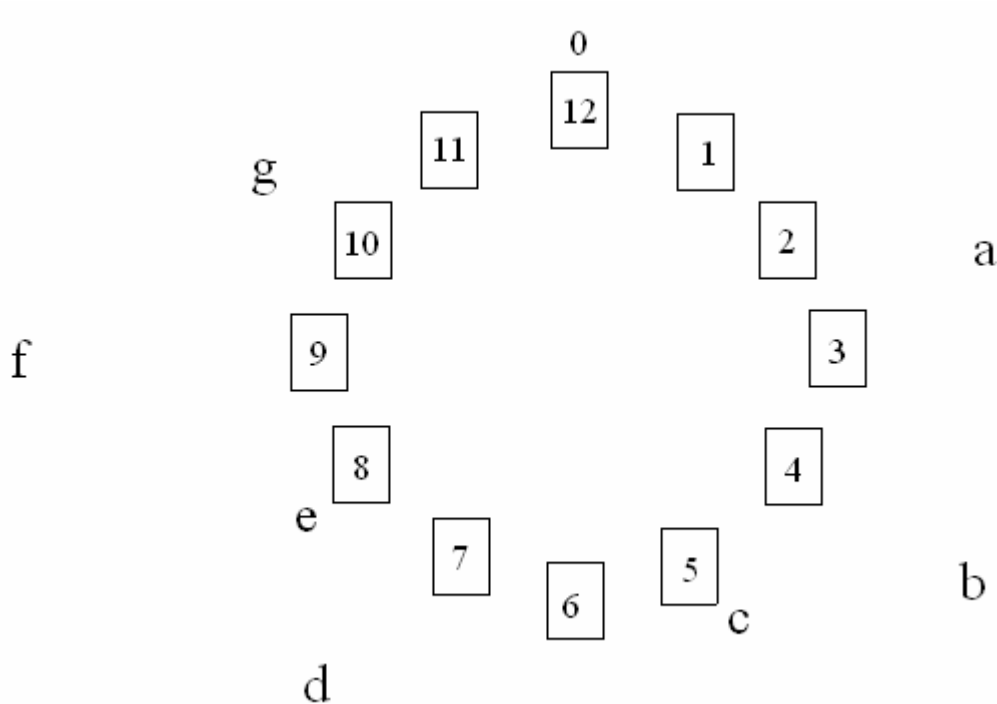
- lorsqu'il utilise correctement les mots angle et degré (efficacité en communication).
- lorsqu'il mesure correctement des angles avec un rapporteur et des longueurs avec une règle centimétrique (efficacité technique).

Problème 1

Sur des feuilles de papier inscrivez les nombres de 0 à 12 à raison d'un nombre par feuille. Disposez ces feuilles de papier au sol en formant un cercle d'environ deux mètres de diamètre afin d'imiter le cadran d'une horloge.

Disposez de menus objets en dehors de ce cercle, certains près du cercle, d'autres à un ou deux mètres des chiffres.

Exemple :



Sept objets de (a) à (g) autour du cadran.

Demandez à votre enfant de se placer au centre du cercle avant de lui poser les questions suivantes.

- Si tu regardes vers 9 heures (par exemple) quel objet vois-tu ? (Objet f).
- Si tu regardes vers 5 heures ? (Objet c).
- Continuez jusqu'à ce que votre enfant identifie les objets situés en dehors du « cadran » à partir de données telles les précédentes.

Problème 2

Enlevez les objets puis replacez-les un après l'autre. Chaque fois, votre enfant devra dire vers quel nombre il faut regarder pour voir l'objet que vous placez.

Problème 3

Enlevez les objets. Votre enfant est toujours situé au centre du cercle. Placez-vous vis-à-vis du nombre 1. Dites à votre enfant que vous allez vous déplacer de deux heures comme fait l'aiguille des heures sur un cadran. Demandez-lui vis-à-vis de quel nombre vous allez vous arrêter. Laissez votre enfant prédire avant de vous rendre vis-à-vis du chiffre 3.

Reprenez deux ou trois problèmes semblables en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre ou dans l'autre sens, mais en annonçant clairement votre direction à votre enfant.

Problème 4

Inversion des rôles. Placez-vous au centre du cercle et demandez à votre enfant :

- de se placer vis-à-vis de 5 heures ;
- d'avancer de 3 heures comme l'aiguille des heures ;
- d'avancer encore de 4 heures ;
- de tourner dans l'autre sens de 12 heures (Amusant !)

Problème 5

Demandez à votre enfant de se placer à peu près vers 7 heures. Laissez-le se placer avant de dire : « Un peu plus à gauche. », puis encore « Un peu plus à gauche. », puis, « Non, c'est trop, un peu plus à droite. »

Note : Ce qu'il s'agit de faire ressortir ici, c'est qu'il y a beaucoup d'espace entre les nombres donc, que diviser le cercle en 12 parties seulement n'est pas toujours suffisant.

Problème 6

Vous allez montrer à votre enfant à se servir d'un rapporteur d'angles. Tracez un angle d'environ 30 degrés. Montrez le sommet de cet angle en disant, ici, c'est comme l'endroit au centre du cercle où tu te places pour regarder autour. En montrant un des côtés de l'angle, glissez votre doigt du sommet de l'angle en suivant ce côté jusqu'à son extrémité.

Dites à votre enfant que quelqu'un, assis au sommet de l'angle, regardait d'abord dans le sens de ce côté puis, il s'est tourné afin de regarder le long du second côté.

Demandez-lui s'il s'est tourné un peu ou beaucoup ?

Note : « Un peu » ou « beaucoup », ce n'est pas très précis. Mentionnez-le avant de montrer à votre enfant le rapporteur d'angles circulaire.

Dites à votre enfant, que les mathématiciens utilisent ce type de cadran qui est plus précis qu'une horloge.

Placez donc le rapporteur circulaire sur l'angle en rappelant à votre enfant que le centre du rapporteur est comme le centre du cadran où il se plaçait dans les problèmes précédents.

Faites remarquer à votre enfant que ce cadran des mathématiciens compte 360 divisions au lieu de 12 et que ces divisions s'appellent des degrés.

Placez un des côtés de l'angle vis-à-vis du degré 60 en vous assurant que l'autre côté est vis-à-vis du degré 90.

Demandez à votre enfant vers quel nombre pointe chaque côté. Demandez-lui quelle est la différence entre ces deux nombres (30 degrés – Notez-le en disant que la différence est de 30 degrés. Évitez cependant de dire que l'angle mesure 30 degrés.)

Faites pivoter le rapporteur au dessus de l'angle en l'arrêtant lorsqu'un côté pointera vers 105° et l'autre vers 135°.

Procédez comme précédemment afin que votre enfant trouve encore 30 degrés de différence entre les deux côtés. Notez le résultats.

Encore une fois, un côté vers 0° et l'autre vers 30°.

Maintenant, mentionnez à votre enfant que cet angle mesure toujours 30°.

Problème 7

Prenez le dessin de l'angle du problème précédent et doublez la longueur de ses côtés en vous assurant que votre enfant voit bien ce que vous faites. Dites-lui que vous aimeriez qu'il mesure la valeur de cet angle maintenant. Aidez-le dans son travail afin de maintenir une bonne précision.

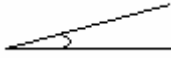
Note : Comme l'angle mesure toujours 30°, manifestez de l'étonnement : « Comment cela est-il possible puisque les côtés sont plus longs ? ».

Prenez plusieurs mesures de cet angle en faisant pivoter le rapporteur comme dans le problème précédent. Étonnez-vous chaque fois du maintien de sa valeur de 30 degrés. Votre enfant constatera sûrement que la longueur des côtés ne change pas la grandeur de l'angle. Faites l'analogie avec l'horloge à aiguilles et une montre à aiguilles : pendant une demi-journée, l'aiguille des heures fait exactement un tour, même si l'aiguille des heures est plus courte sur la montre que sur l'horloge.

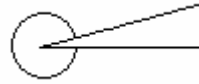
Problème 8

Vous allez maintenant tracer différents angles et aider votre enfant à les mesurer. Tracez les angles comme suit pour indiquer à votre enfant quelle section doit être mesurée.

a)



b)



Donc pour (a), c'est l'angle intérieur et pour (b), c'est l'angle extérieur.

Problème 9

Les angles spéciaux

- Tracez deux carrés, un de 5 cm de côté, l'autre de 10 cm de côté.
- Tracez un rectangle de 6 cm sur 12 cm.
- Tracez un triangle rectangle isocèle (un angle de 90° et deux angles de 45°).
- Tracez un triangle équilatéral (trois angles de 60°).
- Tracez un triangle rectangle ayant un angle de 30° et un autre de 60° .

Demandez à votre enfant de mesurer les angles intérieurs de ces figures en respectant l'ordre des figures mentionnées. Avant qu'il ne mesure les angles du rectangle et les angles suivants, demandez-lui de tenter de prédire le résultat.

Note : Nous visons ici à développer une intuition, une approximation. Laissez votre enfant prédire sans l'aider. Les mesures qui suivront l'aideront peu à peu à visualiser les angles importants de 90° , 45° , 60° et 30° .

Problème 10

Sur 4 feuilles distinctes, vous devrez tracer 4 figures semblables à la suivante. Il est important que ces figures soient précises. C'est pour cette raison que nous vous demandons de les tracer vous-même. Dans ce but, vous pouvez prendre du papier ligné ou quadrillé. Si tel est le cas, la règle est moins utile. Pour tracer vos figures, tenez compte des distances OA et AB au lieu de la mesure des angles. Vos figures seront plus précises.

Voici donc les dimensions de OA et OB à respecter lorsque vous dessinerez les fiches 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3 et 4.3.4. Étendez votre dessin pour qu'il occupe le plus d'espace possible sur la feuille.

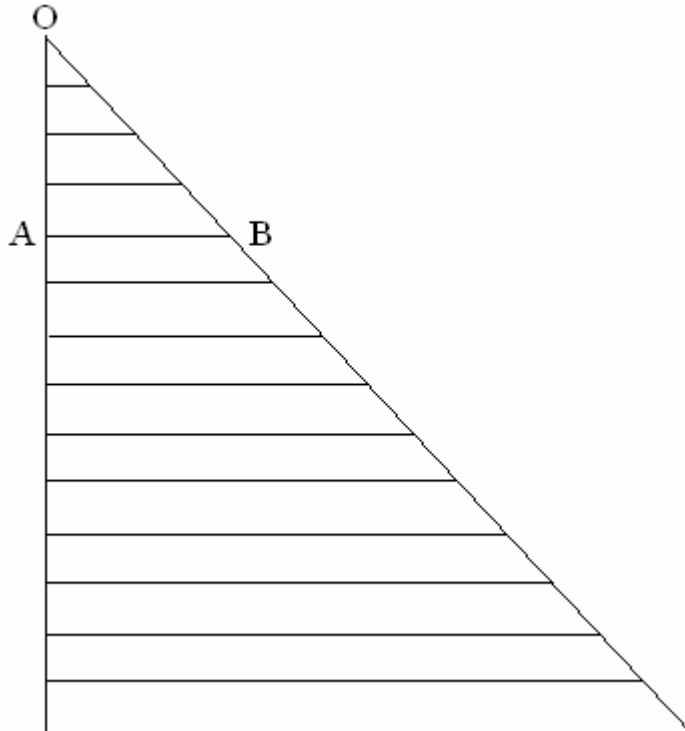
4.3.1 : $OA = AB$ (Angle de 45°)

4.3.2 : $OA = 4 \times AB$ donc la longueur de OA est toujours 4 fois celle de AB (Angle de 14°)

4.3.3 : $OA = 1,5 \times AB$ donc, si $OA = 9\text{cm}$ alors $AB = 6\text{cm}$ (Angle de 33°)

4.3.4 : $AB = 3 \times OA$ donc, si $OA = 2\text{cm}$ alors $AB = 6\text{cm}$ (Angle de 71°) (Tracez cet angle de sorte qu'un de ses côtés soit parallèle au grand côté de la feuille de papier.)

Voici le modèle pour les 4 fiches à construire. Ce modèle ressemble à ce que vous devriez obtenir en traçant le dessin de la fiche 4.3.1.



Prenez la fiche 4.3.1 et placez-la sur le côté pour que le côté de l'angle qui longe le côté de la feuille (côté OA) soit en position horizontale.

Demandez à votre enfant de mesurer l'angle intérieur. Avec une règle centimétrique, demandez-lui de mesurer la distance entre le sommet de l'angle (Point O) et la base de la cinquième parallèle (5 cm environ , côté OA). Demandez-lui de mesurer la longueur de cette parallèle (encore 5 cm environ, parallèle à AB).

Utilisez le tableau suivant pour noter les résultats :

Note : La dernière page de ce chapitre vous donne des tableaux que votre enfant pourra remplir.

ANGLE DE 45°					
Côté Opposé	5				
Côté Adjacent	5				

Note : Mentionnez à votre enfant que les parallèles sont les côtés opposés ou en face de l'angle du triangle OAB et que le côté OA, est appelé adjacent. Dites-lui que « adjacent » signifie « qui touche ». Les côtés de l'angle qui touchent O, le sommet de l'angle, sont dits adjacents. Nous verrons plus tard que, dans un triangle rectangle, un des côtés adjacents est appelé aussi hypoténuse.

Posez d'autres problèmes semblables en notant chaque fois la longueur du côté opposé et celle du côté adjacent. Parions que votre enfant découvrira rapidement que, chaque fois, ils sont égaux.

Après quelques problèmes semblables, vous aurez donc un tableau qui ressemblera au suivant :

ANGLE DE 45°					
Côté Opposé	5	8	10	15	...
Côté Adjacent	5	8	10	15	...

Problème 11

Mentionnez à votre enfant que c'est en utilisant un truc semblable à ce qui a été fait au problème précédent que les ingénieurs, les architectes, les menuisiers, les mathématiciens,... peuvent trouver de façon sécuritaire la hauteur d'un édifice.

Prenez la fiche 4.3.2 et dites à votre enfant que chaque parallèle représente un édifice. Un observateur regarde donc la base de cet édifice et le haut de l'édifice sans changer de place. Le sommet de l'angle indique où est son œil.

Demandez à votre enfant de mesurer l'angle intérieur puis notez-le en commençant un nouveau tableau tel le suivant :

ANGLE DE 14° (environ)					
Côté opposé (hauteur de l'édifice)					
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)					

Dites-lui de commencer par mesurer la distance entre l'œil de l'observateur (sommet de l'angle) et l'édifice qui est le quatrième. (Solution : environ 4 cm.) Notez ce résultat dans le tableau.

Demandez-lui maintenant de mesurer la hauteur de cet édifice, donc la longueur de cette quatrième parallèle (environ 1 cm). Notez ce résultat dans le tableau.

Reprenez en utilisant cette fois la huitième parallèle (Solution : distance 8 cm, hauteur 2 cm environ.) Notez ces résultats dans le tableau et dites-lui que vous savez que la 12^e parallèle est à 12 cm de l'œil de l'observateur. Notez 12 dans le tableau. Demandez à votre enfant d'observer la fiche 4.3.2. et le tableau des données afin de prédire la hauteur de l'édifice. (Environ 3 cm.)

Même procédé avec l'édifice situé à 14 cm. (hauteur 3,5 cm environ.)

Le tableau final ressemblera donc à :

ANGLE DE 14° (environ)					
Côté opposé (hauteur de l'édifice)	1	2	3	3,5	
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)	4	8	12	14	

Problème 12

Prenez le fiche 4.3.3 et demandez à votre enfant de mesurer l'angle. Notez cette mesure.

Dites à votre enfant qu'un de ces édifices mesure 6 cm de hauteur. Demandez-lui de trouver de quel édifice il s'agit et de trouver la distance le séparant de l'œil de l'observateur. (Solution : 9 cm environ.)

ANGLE DE 33°					
Côté opposé (hauteur de l'édifice)	6	10			
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)	9	15			

Inscrivez maintenant dans le tableau le nombre 8 pour indiquer la hauteur d'un édifice puis demandez à votre enfant de prédire la distance entre cet édifice et l'œil de l'observateur (12 cm).

Procédez de la même façon avec les édifices dont les hauteurs respectives sont : 2 cm ; 4 cm ; 12 cm ; 7 cm. (Solution : 10 ½ cm.) Complétez chaque fois le tableau.

Si votre enfant ne l'a pas demandé, refaites un nouveau tableau en écrivant les valeurs trouvées par ordre. Vous devriez donc avoir le tableau qui suit.

ANGLE DE 33°						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)	2	4	6	7	10	12
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)	3	6	9	10 ½	15	18

Problème 13

Prenez la fiche 4.3.4 et demandez à votre enfant de compléter seul le tableau de données qui correspond à cet angle.

ANGLE DE : _____°						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)			9			
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)	1	2				

ANGLE DE : _____ DEGRÉS						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)						
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)						

ANGLE DE : _____ DEGRÉS						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)						
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)						

ANGLE DE : _____ DEGRÉS						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)						
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)						

ANGLE DE : _____ DEGRÉS						
Côté opposé (hauteur de l'édifice)						
Côté adjacent (distance jusqu'à l'édifice)						