

## Chapitre 12

### *Opérations sur les fractions ordinaires*

Au chapitre deux, nous avons abordé les additions sur les fractions. Dans ce chapitre, nous allons généraliser, c'est-à-dire additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont différents et exigent la découverte d'un dénominateur commun. Il est donc important, dans un premier temps, que votre enfant comprenne qu'il existe de nombreuses façons de symboliser une même fraction et qu'il soit capable de trouver des fractions équivalentes à une fraction donnée.

#### Matériel

- Planche à calculer à 6 régions ;
- Jetons ;
- Cubes.

#### Évaluation

Dans ce chapitre, votre enfant démontre :

##### ***Sa compréhension :***

- Lorsqu'il perçoit que les fractions peuvent être représentées de nombreuses façons ;
- Lorsqu'il est capable d'associer la multiplication, la division et la racine carrée de fractions à un dallage.

##### ***Son raisonnement :***

- Lorsqu'il peut trouver une ou plusieurs fractions qui lui permettent d'effectuer un calcul donné.

##### ***Son efficacité :***

- Lorsqu'il peut additionner et soustraire des fractions diverses ;
- Lorsqu'il peut extraire la racine carrée d'une fraction ;
- Lorsqu'il peut multiplier et diviser des fractions.

##### ***Sa capacité à communiquer :***

- Lorsqu'il lit les fractions courantes.

#### Problème 1

En guise de révision et de consolidation, montrez à votre enfant les rectangles de l'annexe A et demandez-lui quelle fraction représente la partie colorée de chaque rectangle.

**Solution :** a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{1}{3}$  c)  $\frac{3}{4}$  d)  $\frac{2}{5}$  e)  $\frac{2}{6}$  f)  $\frac{3}{8}$

### Problème 2

Comme au problème 1, mais cette fois demandez à votre enfant d'écrire la fraction qui représente la partie non-colorée.

**Solution :** a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{2}{3}$  c)  $\frac{1}{4}$  d)  $\frac{3}{5}$  e)  $\frac{4}{6}$  f)  $\frac{5}{8}$

### Problème 3

Mentionnez à votre enfant que la partie colorée et la partie non-colorée du rectangle (e) peuvent être désignée chacune par deux fractions différentes, mais équivalentes. Lesquelles ?

**Solution :**

a) colorée :  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{6}$  b) non-colorée  $\frac{2}{3}$  ou  $\frac{4}{6}$

### Problème 4

Placez un bout de ficelle sur le rectangle de l'annexe A de façon à partager également le rectangle dans le sens de la hauteur.

Demandez à votre enfant si la partie colorée de ce rectangle est restée la même. ( **Solution :** Oui, elle n'est ni plus grande, ni plus petite. )

En plaçant cette ficelle, le rectangle qui était d'abord séparé en deux parties équivalentes est maintenant partagé en quatre parties équivalentes. Comment s'appellent ces parties ? ( **Solution :** des quarts. )

Et combien de quarts sont colorés dans ce rectangle ? ( **Solution :** 2 quarts. )

Assurez-vous que votre enfant comprend bien que de dire ou d'écrire que la demie ou les deux quarts de ce rectangle sont colorés revient à la même chose.

### Problème 5

Invitez votre enfant à utiliser la ficelle de la même façon qu'au problème 4, mais avec les cinq autres rectangles de l'annexe A afin de trouver d'autres façons de désigner les parties colorées et les parties non-colorées de chaque rectangle.

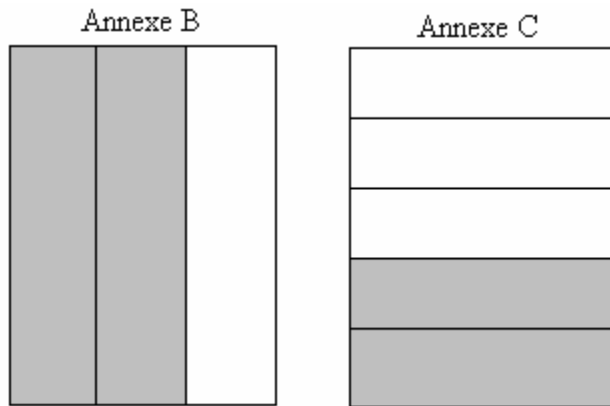
### Problème 6

Comme au problème 4, mais cette fois, utilisez deux bouts de ficelle afin de séparer le rectangle (a) en trois parties équivalentes dans le sens de la hauteur. Mêmes questions qu'au problème 4.

Procédez de la même façon avec les cinq autres rectangles de l'annexe A.

### Problème 7

Prenez deux feuilles blanches de 8 ½ sur 11 pouces et dessinez les annexes B et C comme suit :



Montrez l'annexe B seulement à votre enfant en lui demandant de vous nommer la fraction qui représente la partie colorée ( $\frac{2}{3}$ ).

Dites-lui que malheureusement, il y a des gens qui ne connaissent pas la langue des tiers ou qui ne se rappellent jamais que tiers veut dire trois fois plus petit que l'unité, qui est ici la feuille complète.

Pour ces gens, par contre, la langue des cinquièmes, celle des sixièmes, celle des septièmes,... sont des langues faciles.

Dites à votre enfant que vous allez jouer le rôle d'une de ces personnes et que vous allez tenter de lui faire comprendre quelle est la partie colorée de l'annexe C, sans lui montrer cette annexe. Par la suite, votre enfant devra faire l'inverse, c'est-à-dire vous faire comprendre comment appeler la partie colorée de l'annexe B dans une langue que vous comprenez.

Placez donc l'annexe B et l'annexe C dos à dos ( d'un côté l'annexe B est visible et de l'autre côté, l'annexe C est visible ).

Assurez-vous que votre enfant ne voit pas l'annexe C. Pliez les deux feuilles en faisant un pli le long de chaque ligne de l'annexe C. Dépliez les feuilles. Dites à votre enfant que votre rectangle, ou votre feuille, est partagé tel que sont les plis et que vous savez que la partie colorée de votre feuille peut être représentée par la fraction  $\frac{2}{5}$ .

Demandez-lui s'il peut comprendre la langue des cinquièmes et savoir quelle partie de votre feuille est colorée.

Demandez-lui s'il peut vous dire  $\frac{2}{5}$  dans une autre langue ( $\frac{6}{15}$  - S'il ne sait pas, n'insistez pas.)

**Note** : Actuellement, la feuille de votre enfant ressemble au rectangle A et la vôtre au rectangle B. Les pointillés, qui représentent les plis, se trouvent le long des lignes pleines en B.



Demandez maintenant à votre enfant de faire comme vous avez déjà fait afin que vous puissiez savoir ce qui est coloré sur sa feuille.

**Note** : Votre enfant devra donc plier les deux feuilles en suivant les deux droites horizontales de sa feuille. Placez les deux feuilles de sorte que le côté coloré de votre feuille soit au dos de la feuille de votre enfant, donc caché.

Reprenez votre feuille et mentionnez que maintenant, vous pouvez désigner la partie colorée de votre feuille de deux façons :  $\frac{2}{5}$  et  $\frac{6}{15}$ .

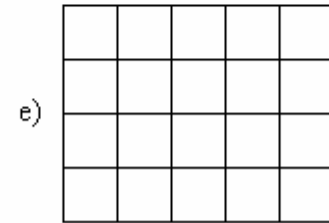
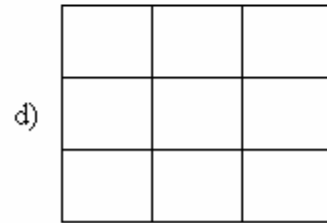
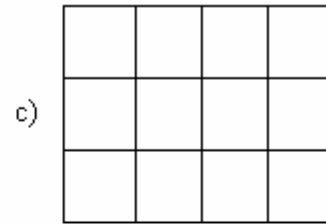
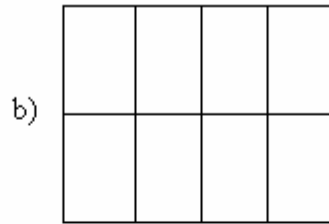
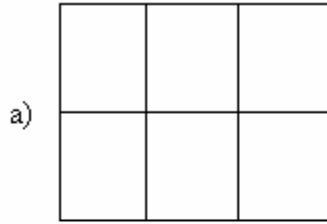
Montrez votre feuille à votre enfant et demandez-lui s'il comprend pourquoi.

Et lui, peut-il désigner la partie colorée de sa feuille de deux façons ? ( Oui :  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{10}{15}$  )

Mentionnez qu'avec la langue des quinzièmes, vous avez trouvé une langue commune facile à comprendre par ceux qui parlent la langue des tiers et par ceux qui parlent la langue des cinquièmes.

### Problème 8

Montrez les rectangles suivants à votre enfant en mentionnant qu'il est possible de parler de chacun de ces rectangles en utilisant au moins trois langues différentes. Demandez-lui de vous dire quelles sont ces langues.

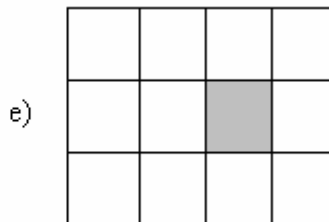
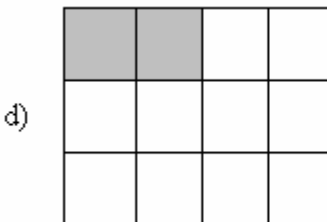
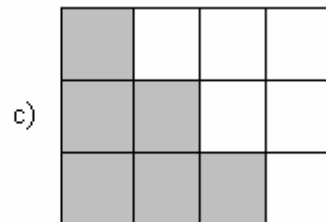
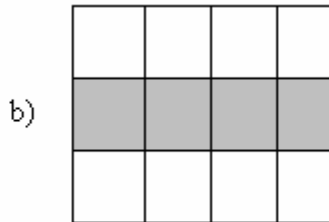
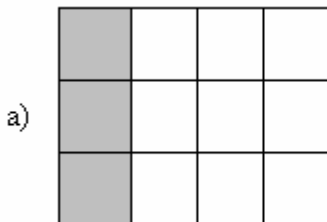


**Solutions :**

- a) Demies, tiers, sixièmes
- b) Demies, quarts, huitièmes
- c) Tiers, quarts, douzièmes. ( Et aussi demies et sixièmes. Ne le mentionnez pas cependant si votre enfant n'en parle pas. )
- d) Tiers et neuvièmes. ( Il n'y en a pas d'autres. )
- e) Quarts, cinquièmes, vingtièmes. ( Mais aussi demies et dixièmes – comme en (c), ne le mentionnez pas. )

Problème 9

Voici le rectangle (c) du problème 8. Demandez à votre enfant de décrire la partie colorée de chaque rectangle et de noter les fractions équivalentes qui désignent chaque partie.



**Solution :**

a)  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{3}{12}$  donc  $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

b)  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

c)  $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$

d)  $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$

e)  $\frac{1}{12}$  ( Aucune autre possibilité... à moins de couper chaque case en deux. )

Demandez à votre enfant quelle est la langue commune à chacun de ces rectangles. ( Celle des douzièmes. )

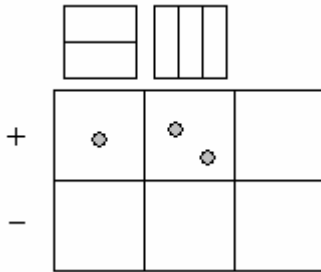
**Problème 10**

Prenez la planche à calculer à 6 régions. Avec cette planche, comme support concret, votre enfant devra effectuer des additions et des soustractions de fractions. Les deux fractions à additionner et à soustraire devront se situer dans les cases de gauche et du centre de la planche alors que la section de droite sera réservée à une langue commune qui pourra être utile pour certaines additions ou soustractions.

Au dessus de chaque colonne de la planche à calculer, illustrez la langue que cette colonne désigne par un rectangle. Partagez les rectangles des colonnes de gauche et du centre, un verticalement et l'autre horizontalement. Si une langue commune est nécessaire, demandez à votre enfant de la découvrir en dessinant le quadrillage du rectangle qui illustrera la colonne de droite.

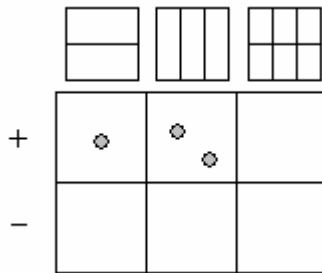
<b>Note :</b> Tous vos rectangles devraient être identiques.
--

Exemple :  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$



Votre enfant devra donc trouver une langue commune pour remplacer l'addition donnée en une seule fraction. Ce sera la langue des sixièmes. Il devra donc dessiner un quadrillage à six cases dans le rectangle qu'il placera au-dessus de la troisième colonne.

Voici donc ce qu'il devrait obtenir :



Il lui reste maintenant à changer le jeton de la case des demies en 3 jetons qu'il placera dans la case des sixièmes et à changer les deux jetons de la case des tiers pour 4 jetons à placer dans la case des sixièmes.

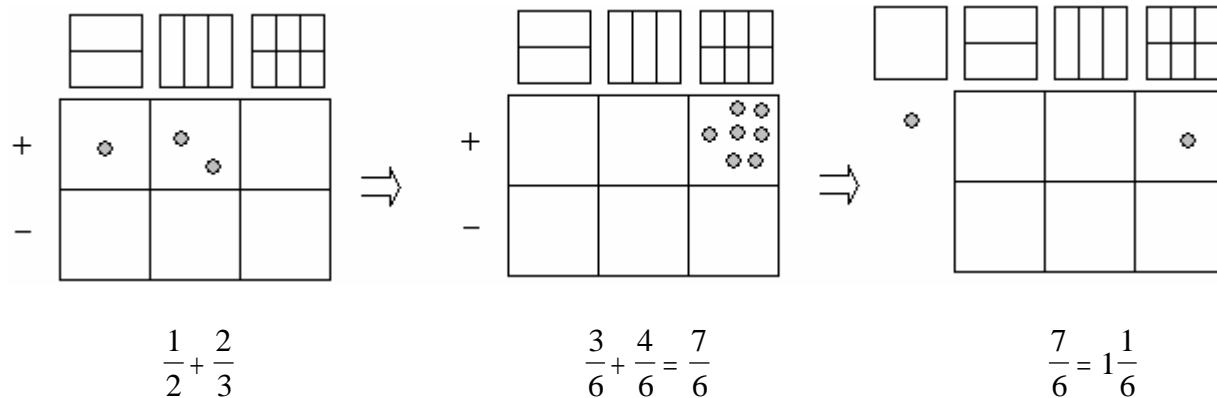
Il faudra noter le travail qui a été fait comme suit :

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$$

Comme  $\frac{7}{6}$  représente plus d'un rectangle complet, demandez à votre enfant de représenter par un seul jeton 6 des 7 sixièmes qui se trouvent actuellement dans la case des sixièmes. Ce jeton qui représente un entier sera placé à gauche de la planche, mais vis-à-vis de la rangée des +.

Donc, nous aurons transformé le problème original comme suit :



### Problème 11

Voici donc des additions et des soustractions à effectuer selon la procédure du problème 10.

a)  $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$  ( Solution :  $1\frac{1}{12}$  )

b)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$  ( Solution :  $\frac{9}{10}$  )

c)  $\frac{2}{3} + \frac{2}{5}$  ( Solution :  $1\frac{1}{15}$  )

d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  ( Solution :  $\frac{3}{4}$  Ici, la langue des quarts peut servir de langue commune. La colonne de droite ne servira pas. )

e)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  ( Solution :  $\frac{5}{6}$  )

f)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$  ( Solution :  $\frac{1}{10}$  Ici, vous devez utiliser la région des  $-$  de la planche. Les  $+\frac{3}{5}$  seront transformés en  $+\frac{6}{10}$  dans la colonne de droite et  $-\frac{1}{2}$  deviendra  $-\frac{5}{10}$  à droite. Il reste à soustraire. )

g)  $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$  ( Solution :  $-\frac{1}{12}$  )



h)  $\frac{4}{6} - \frac{1}{2}$  ( Solution :  $\frac{1}{6}$  )

i)  $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  Lire la note plus bas. ( Solution : 0 et la langue des sixiemes est la langue commune. )

**Note** : Dans le cas (i), comme dans les autres problèmes, la langue commune peut-être placée à droite, à gauche ou même au centre. Les rectangles placés en haut de la planche à calculer l'indiquent de toute façon.

Continuez au besoin.

### Problème 12

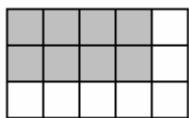
Remettez une trentaine de cubes à votre enfant. Faites-lui remarquer que lorsqu'on forme un rectangle avec quelques cubes ( Fabriquez un  $2 \times 3$  . ) et qu'on le regarde d'au-dessus, cela rappelle un plancher ou un plafond formé de tuiles.

Invitez donc votre enfant à faire un « plancher » rectangulaire avec 15 cubes. Dites-lui que ce sera comme un plancher de salle de bain, et non comme un corridor.

**Note** : Le plancher devrait donc être un  $3 \times 5$

Dites maintenant à votre enfant que si c'est un plancher de salle de bain, il va placer un bain sur ce plancher. Le bain sera un rectangle fait de 8 cubes et sera placé dans un coin de la salle de bain.

**Note** : Vous avez donc une construction qui ressemble à ce qui suit :



Demandez à votre enfant de remplir le tableau suivant en observant sa construction.

	Largeur	x	Longueur	=	Aire
Bain		x		=	
Plancher		x		=	

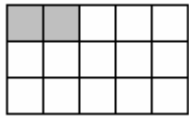
Lorsque le tableau sera complété, mentionnez à votre enfant que les mathématiciens, les vrais, représentent cette situation par :  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ . Peut-il expliquer ce que représente dans cette multiplication :

- a)  $2 \times 4 = 8$  ( Les dimensions du bain. )
- b)  $3 \times 5 = 15$  ( Les dimensions du plancher. )
- c)  $\frac{2}{3}$  ( La largeur du bain comparée à celle du plancher. Aidez-le au besoin. )
- d)  $\frac{4}{5}$  ( La longueur du bain comparée à celle du plancher. )
- e)  $\frac{8}{15}$  ( L'aire du bain comparée à celle du plancher. )

### Problème 13

Cette fois, faites l'inverse du problème 12. Écrivez  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$  et demandez à votre enfant de construire ce plancher et le lavabo situé dans le coin de la salle de bain.

### **Solution :**



Même problème avec :

- a)  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$
- b)  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$

### Problème 14

Demandez à votre enfant de compléter les multiplications suivantes et de vous expliquer ce qu'elles représentent. ( Un tapis sur un plancher, une fenêtre sur un mur ou une porte, etc. )

- a)  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} =$
- b)  $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} =$
- c)  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} =$

$$d) \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} =$$

$$e) \frac{3}{8} \times \frac{2}{3} =$$

### Problème 15

Cette fois, c'est la fraction qui représente la largeur ou la longueur du bain et du plancher qui manque. Quelle est cette fraction ?

$$a) \frac{3}{4} \times \text{---} = \frac{6}{20} \text{ ou } \frac{6}{20} \div \frac{3}{4} =$$

$$b) \frac{1}{3} \times \text{---} = \frac{1}{6} \text{ ou } \frac{1}{6} \div \frac{1}{3} =$$

$$c) \text{---} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{28} \text{ ou } \frac{9}{28} \div \frac{3}{7} =$$

$$d) \text{---} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{10} \text{ ou } \frac{4}{10} \div \frac{4}{5} =$$

$$e) \frac{8}{12} \times \text{---} = \frac{16}{24} \text{ ou } \frac{16}{24} \div \frac{8}{12} =$$

**Note** : Cela vous inquiète peut-être de voir la division de fractions effectuée de cette façon. Vous vous demandez ce que votre enfant fera lorsqu'il devra résoudre  $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$  ? Gens de peu de foi ! Rien ne résiste à la créativité en mathématiques.

### Problème 16

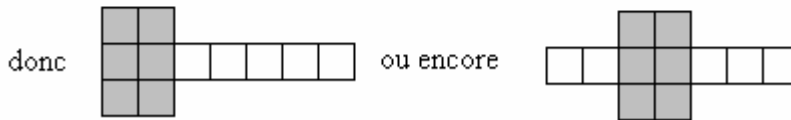
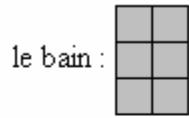
Demandez à votre enfant de résoudre les divisions suivantes .

$$a) \frac{16}{15} \div \frac{4}{5} =$$

**Note** : Amusez-vous en disant que ce bain-là ne rentrera jamais dans cette salle de bain. En effet, d'abord il couvre 16 tuiles et en plus, il est plus large que la salle de bain ( $\frac{4}{3}$ ). Voilà un entrepreneur qui a bien peu d'expérience !

$$b) \frac{6}{7} \div \frac{2}{7} =$$

**Note** : Prenez le temps d'illustrer cette division avec les cubes. Vous aurez :



Bref, il ne faut pas placer un bain dans un corridor ! Ici le bain est trop large  $\frac{3}{1}$ . Sa longueur représente  $\frac{2}{7}$  de celle du plancher et son aire représente  $\frac{6}{7}$  de celle du plancher, même si le bain n'est pas entièrement sur le plancher. D'ailleurs, en déplaçant les cubes du bain qui ne sont pas au-dessus du plancher pour les placer sur le plancher, on se rend compte que le bain peut couvrir  $\frac{6}{7}$  du plancher.

c)  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} =$

**Note** : Ça y est, ce qui vous préoccupait survient. Laissez votre enfant réfléchir. Ne dites rien mais ressortez l'annexe A et montrer le premier rectangle.

Demandez à votre enfant de vous rappeler ce qu'il a fait avec ce rectangle et des bouts de ficelle. Est-ce que la lumière apparaît ?

Dans le cas contraire, demandez à votre enfant s'il est possible de représenter  $\frac{1}{2}$  dans une autre

langue, une langue qui permettrait d'effectuer la division  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$ . Ça y est ? Cette division devient

$\frac{3}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$ .

c)  $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} =$

d)  $1 \div \frac{2}{6} =$

**Note** : 1 peut aussi être décrit dans une autre langue, la langue des sixièmes par exemple.

$$\frac{6}{6} \div \frac{2}{6} = \frac{3}{1} \text{ ou } 3.$$

f)  $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$

**Note** : Attention à cet entier, il faut le diviser lui aussi. Mieux vaud le changer lui aussi en quarts,

comme cela il sera facile de connaître l'aire du bain ( 7 ) et d'effectuer  $\frac{7}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ .

### Note sur la division de fractions

La technique vue jusqu'ici est toujours valable comme celle que nous avons apprise où il fallait inverser la seconde fraction avant de multiplier. Pour l'instant, nous développons une image mentale solide où la division et la multiplication de fractions illustrent les dimensions respectives de deux rectangles, un représenté par les trois numérateurs et l'autre par les trois dénominateurs. Éventuellement, nous pourrions montrer aux enfants « notre truc » pour diviser une fraction par une autre.

Pour votre information, ce truc se justifie de différentes façons. Ainsi, la division  $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$  pourrait

être notée :  $\frac{3/4}{2/3}$ . Mais comme il est plus facile de diviser par 1 que par  $2/3$ , nous nous servirons

de la technique qui permet de trouver des fractions équivalentes en multipliant le numérateur et le dénominateur par le même nombre. Dans la division qui nous intéresse,  $3/4$  est un numérateur et  $2/3$  est un dénominateur. Nous multiplierons ces nombres par  $3/2$  pour obtenir :

$$\frac{\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} \text{ d'où } \frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}.$$

### Problème 17

Et maintenant, ajoutons la cerise sur le gâteau...

Écrivez  $\sqrt{\frac{4}{25}}$ . Demandez à votre enfant ce que «  $\sqrt{\quad}$  » signifie. ( **Solution** : Faire un carré. )

Alors, cette fois, nous avons une douche ( 4 ) sur un plancher ( 25 ). Votre enfant doit donc comparer la largeur de la douche à celle du plancher de la salle de bain sachant que le plancher de la douche est un carré qui couvre 4 tuiles et que le plancher de la salle de bain est un carré formé

de 25 tuiles. ( Solution :  $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$  . )

Demandez à votre enfant de résoudre :

a)  $\sqrt{\frac{9}{16}}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{4}}$

c)  $\sqrt{\frac{4}{9}}$

d)  $\sqrt{\frac{16}{9}}$  ( Encore un plancher trop petit ! )

ANNEXE A

