

## Volume 3

### Chapitre 8

#### *Fractions équivalentes*

Ce chapitre vise à développer chez l'enfant une image mentale permettant de générer l'ensemble des fractions équivalentes à une fraction donnée. Il ne s'agit pas de lui donner de truc, mais de le placer dans une situation telle qu'il peut anticiper ce truc.

Le travail que nous allons faire utilise le concept de pente utilisé en géométrie analytique. Rien de compliqué, ne paniquez pas !

Enfin ce travail est particulièrement important et ressemble aux activités où l'enfant devait transformer, par exemple, 3 dizaines + 5 unités en 2 dizaines + 15 unités afin de soustraire 7 unités.

La principale utilité des fractions équivalentes est donc de permettre le calcul sur les fractions. Plus l'élève réussit avec aisance à remplacer une fraction par une autre qui est équivalente, plus il comprendra facilement les techniques de calcul sur les fractions.

#### Matériel

- Jetons ;
- Planche à calculer ;
- Annexe.

#### Évaluation

Dans ce chapitre, votre enfant manifeste :

#### **Sa compréhension :**

1. S'il perçoit qu'avec les fractions, tout comme avec les entiers, une même quantité peut être nommée de façons diverses. Par exemple, une centaine c'est aussi dix dizaines ou 4 dizaines et 60 unités ou 100 unités,... de la même façon, une demie c'est aussi deux quarts, trois sixièmes,... ;

2. S'il perçoit que pour additionner et soustraire des quantités, elles doivent être de même ordre. Ainsi pour additionner des unités avec des dizaines, il faut tout placer en unités ; de la même façon, des demies et des tiers peuvent s'additionner s'ils sont transformés en sixièmes par exemple.

**Son raisonnement :**

S'il peut expliquer l'équivalence entre deux fractions et aussi pourquoi une pente de droite peut être exprimée par plusieurs rapports.

**Son efficacité :**

1. S'il peut additionner et soustraire des fractions en les transformant si nécessaire ;
2. S'il utilise les mots demie, tiers, quart, sixième, huitième,...

Problème 1

Proposez à votre enfant les suites de nombres suivantes en lui demandant de trouver, pour chaque suite, les deux nombres qui prolongent la suite.

- a) 1, 2, 3, 4,... ( solution : 5 et 6 )
- b) 2, 4, 6, 8,... ( solution : 10 et 12 )
- c) 3, 6, 9, 12 ( solution : 15 et 18 )
- d) 2, 5, 8, 11 ( solution : 14 et 17 )
- e) 43, 45, 47, 49,... ( solution : 51 et 53 )
- f) 30, 32, 34, 36,... ( solution : 38 et 40 )
- g) 18, 17, 16, 15,... ( solution : 14 et 13 )
- h) 39, 36, 33, 30,... ( solution : 27 et 24 )
- i) 100, 200, 300, 400,... ( solution : 500 et 600 )
- j) 111, 222, 333, 444,... ( solution : 555 et 666 )

Problème 2

Imprimez l'annexe.

Dites à votre enfant que, cette fois, les suites possèdent deux nombres et qu'il faudra les illustrer sur un graphique.

1	2	3		
2	4	6		

Montrez-lui ce tableau et proposez-lui d'illustrer d'abord ces nombres sur l'annexe avant de prolonger la suite.

Pour les illustrer il devra, dans le premier cas, aller jusqu'à la première colonne puis monter de deux étages. Il noircira le croisement des lignes où il sera rendu.

Il devra faire le même travail avec  $\frac{2}{4}$  puis avec  $\frac{3}{6}$ .

Attendez-vous à ce que votre enfant constate que ces trois points sont en ligne droite. Souvent il dira « Tic-Tac-Toe » pour exprimer ce constat.

Tracez alors la droite qui passe par ces trois points. Demandez à votre enfant de trouver les nombres qui prolongent les suites amorcées dans le tableau plus haut ( donc  $\frac{4}{8}$  ) et de trouver ce nouveau point. Ensuite, demandez-lui de prolonger la droite jusqu'à ce nouveau point.

Proposez-lui de trouver les autres nombres qui prolongent les deux suites, donc 5 et 10 et procédez comme précédemment avec 4 et 8. Mentionnez à votre enfant que cette droite a différents noms :  $\frac{1}{2}$  ( un demi ),  $\frac{2}{4}$  ( 2 quarts ),  $\frac{3}{6}$ ... Tous ces noms désignent la même droite.

### Problème 3

Demandez à votre enfant de tracer les droites désignées par les tableaux suivants. Demandez-lui de trouver d'autres points qui sont sur ces droites. Quels noms peut-on donner à ces droites ?

a) 

1	2	3		
3	6	9		

b) 

1	2	3		
4	8	12		

c)

2	4	6		
3	6	9		

d)

2	4	6		
1	2	3		

e)

3	6	9		
3	6	9		

**Note** : Les rapports qui précèdent représentent des pentes de droites. Des droites qui ont la même pente sont soit les mêmes droites, soit des droites parallèles.

L'équation cartésienne d'une droite s'écrit sous la forme  $y = mx + b$  où  $m$  est le rapport qui représente la droite et  $b$  le point où la droite croise l'axe des  $y$ .

Ainsi, la droite du problème 2 a pour équation  $y = \frac{1}{2}x + 0$  ou  $y = \frac{1}{2}x$  car elle passe par le point  $(0,0)$ .

Une droite  $\frac{1}{2}x + 3$  serait parallèle à  $\frac{1}{2}x + 0$  mais située 3 unités plus haut.

Ne présentez pas le contenu de cette note à votre enfant. Son but est de vous montrer que le travail de ce chapitre servira aussi lorsque votre enfant abordera la géométrie analytique... peut-être l'an prochain...

#### Problème 4

Reprenez les tableaux du problème 3. Dites à votre enfant que nous allons faire comme si ces fractions représentaient des langues. Ainsi, il y a la langue des demis, la langue des tiers, celle des quarts,...

Mentionnez-lui que si une personne parle la langue des tiers ( c'est le cas dans 3a, 3c et 3e ) elle peut apprendre facilement la langue des sixièmes et des neuvièmes. Ainsi, si nous disons 1 dans la langue des tiers, on traduira par 2 dans la langue des sixièmes, par 3 dans celle des neuvièmes,... Mais on parle toujours de la même chose.

Demandez-lui de trouver quelles langues peut apprendre facilement la personne qui parle la langue des demies ( Quarts, huitièmes,... ) Et celle qui parle la langue des quarts ( Huitièmes, douzièmes,... )

### Problème 5

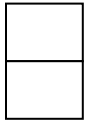
Mentionnez à votre enfant que les personnes qui parlent la langue des demies et celles qui parlent la langue des tiers ont trouvé quelques langues qu'elles peuvent apprendre plus facilement toutes les deux. Quelles sont ces langues communes ? ( Sixièmes, douzièmes,... )

Et quelles langues communes apprennent facilement les personnes qui parlent la langue des tiers et celle des quarts ? ( Douzièmes. )

### Problème 6

Annoncez à votre enfant que vous allez inventer avec lui une machine qui permet aux personnes parlant diverses langues de communiquer entre elles.

Prenez une feuille de papier et faites un pli qui la partage verticalement en deux parties égales.



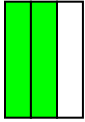
Prenez une feuille de mêmes dimensions et faites deux plis verticaux afin de la partager en trois parties égales.



Colorez la moitié de la première feuille.



Et les deux tiers de la seconde.



Placez les deux feuilles dos-à-dos en gardant visibles les parties colorées. Placez-vous face à votre enfant et tenez les feuilles entre vous. Dites-lui que vous parlez la langue des demies ( soit celle de la feuille que vous voyez ) alors que lui parle la langue des tiers ( soit celle de la feuille qu'il voit ). Chacun d'entre vous veut dire à l'autre ce qui est coloré sur sa feuille, mais si vous dites une demie, votre enfant ne comprend pas la langue des demies. Et s'il vous dit deux tiers, vous ne comprenez pas la langue des tiers. Il vous faut donc trouver une langue commune. Il faut que chacun d'entre vous montre à l'autre de quelle façon sa feuille est pliée.

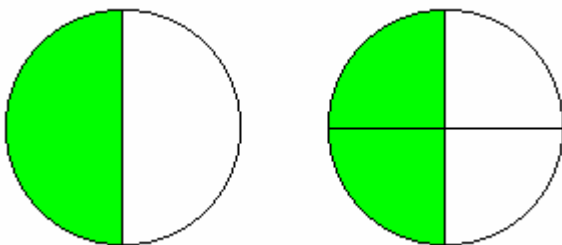
Prenez donc les deux feuilles et pliez-les en deux afin de reproduire sur la feuille de votre enfant le pli qui, sur votre feuille, la sépare en demies.

Demandez à votre enfant de faire la même chose afin que votre feuille soit aussi pliée en tiers.

Quelle nouvelle langue pouvez-vous parler tous les deux ? ( Solution : la langue des sixièmes. Sur votre feuille, 3 sixièmes sont colorés alors que sur celle de votre enfant il y en a 4. Désormais, vous pouvez vous comprendre. )

### Problème 7

Montrez à votre enfant les cercles suivants.



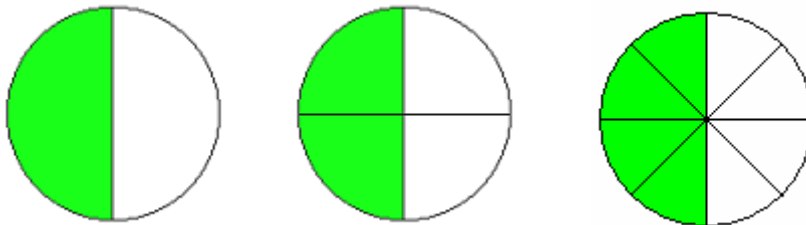
Lequel de ces cercles est partagé en quarts ? ( Le second. )

Et en demies ? ( Les deux – En fait, le second cercle a été partagé d’abord en demies, puis en quarts. )

Assurez-vous que votre enfant comprennent bien que une demie = 2 quarts. Utilisez des analogies telle : Si je mange la partie colorée de chaque gâteau est-ce que j’en mange plus dans celui de droite, de gauche ou si j’en mange également dans les deux ?

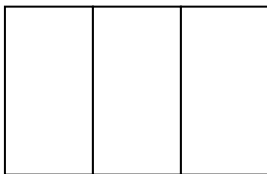
**Note** : Il peut arriver que votre enfant mentionne qu’il mange plus de gâteau à gauche qu’à droite car, à droite, il y aura plus de miettes à cause de la coupure supplémentaire. Dans ce cas, dites-lui que vous mangez aussi les miettes.

Assurez-vous de la même façon que votre enfant comprenne l’équivalence pour :



### Problème 8

Prenez une planche à calculer telle la suivante.



Votre enfant sait déjà que chacune de ces régions peut représenter des  $x$ ,  $y$  et  $z$  de valeurs différentes. Cette fois, elles représenteront des fractions ( ou des langues ). Nous allons supposer que, de droite à gauche, nous avons des demies, des quarts et des huitièmes. Prenez le tableau et la droite du problème 2. Demandez à votre enfant à quoi correspond une demie dans la langue des quarts ? ( À 2 quarts. )

Placez un jeton dans la section des demies, donc à gauche. Dites à votre enfant que vous voulez remplacer  $\frac{1}{2}$  par des quarts. Combien faut-il de quarts ? ( 2, donc tout comme une dizaine peut être remplacée par 10 unités, une demie peut être remplacée par 2 quarts . )

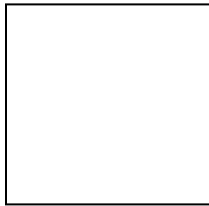
- De la même façon, comment peut-on remplacer un quart par des huitièmes ?
- Et une demie par des huitièmes ?
- Et si j'ai 6 quarts, combien cela fait-il de huitièmes ? ( 12 ) Et combien de demies ? ( 3 )

Assurez-vous que votre enfant transforme avec facilité des demies en quarts et en huitièmes, des quarts en demies et en huitièmes et des huitièmes en quarts et en demies.

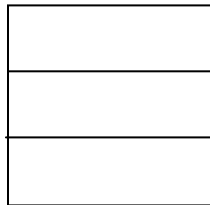
### Problème 9

Comme au problème précédent, mais cette fois vous aurez des unités à gauche, des tiers au centre et des neuvièmes à droite.

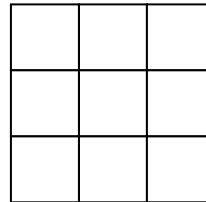
Montrez d'abord les rectangles suivants à votre enfant.



Langue des entiers ou des unités



Langue des tiers



Langue des neuvièmes

Assurez-vous qu'il comprend bien qu'un entier = 3 tiers = 9 neuvièmes et qu'un tiers = 3 neuvièmes.

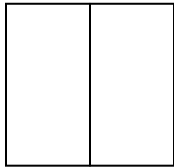
Sur la planche à calculer où les positions illustrent cette fois les unités, les tiers et les neuvièmes, demandez-lui de changer des unités en tiers et en neuvièmes, puis des tiers en unités et en neuvièmes et enfin des neuvièmes en tiers et en unités. Poursuivez jusqu'à ce que le tout devienne facile.



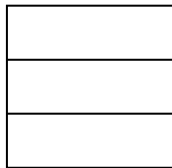
Problème 10

Cette fois, sur la planche, nous représenterons des demies à gauche, des tiers au centre et des sixièmes à droite.

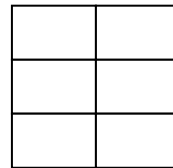
Montrez à votre enfant les rectangles suivants.



Langue  
des demies



Langue  
des tiers



Langue  
des sixièmes

Demandez-lui s'il est facile de changer des tiers en sixièmes. ( Oui : 1 tiers = 2 sixièmes, 2 tiers = 4 sixièmes. )

Et s'il est facile de changer des demies en sixièmes. ( Oui : 1 demie = 3 sixièmes. )

Et s'il est facile de changer des demies en tiers. ( C'est moins évident : 1 demie =  $1\frac{1}{2}$  tiers... ouf ! ) Il suffit ici de constater que la langue des sixièmes est celle qui convient à la fois aux demies et aux tiers.

Sur la planche, placez 1 demie et 1 tiers et demandez à votre enfant de les remplacer par des sixièmes. ( 3 sixièmes et 2 sixièmes )

Problème 11

La planche à calculer illustrera maintenant des demies, des quarts et des huitièmes. Sur celle-ci, demandez à votre enfant d'effectuer :

a)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left( \frac{2}{4} \right)$

b)  $\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} \left( \frac{6}{8} \right)$

c)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left( \frac{4}{2} \right)$

$$d) \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \quad \left( \frac{2}{4} \right)$$

$$e) \quad \frac{5}{8} - \frac{2}{8} \quad \left( \frac{3}{8} \right)$$

$$f) \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \quad \left( \frac{3}{4} \text{ ou } \frac{6}{8} \right)$$

**Note :** Dites-lui que vous voulez que tous les jetons qui représentent la somme de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  se retrouvent dans la même colonne.,

Au besoin, rappelez-lui qu'il faudrait que tous parlent la même langue. Laquelle est-ce ? ( Celle des quarts mais aussi celle des huitièmes. )

$$g) \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \quad \left( \frac{7}{8} \right)$$

$$h) \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \quad \left( \frac{13}{8} \right)$$

$$i) \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \quad \left( \frac{1}{4} \right)$$

$$j) \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \quad \left( \frac{1}{8} \right)$$

$$k) \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \quad \left( \frac{3}{8} \right)$$

### Problème 12

Effectuez des additions et des soustractions semblables à celles du problème 11 mais avec, sur la planche, des unités, des tiers et des neuvièmes.

Cette fois, pour chaque addition et chaque soustraction, demandez à votre enfant de noter son travail.

Ainsi, si vous demandez  $\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$ , il effectuera la transformation  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$  et notera :

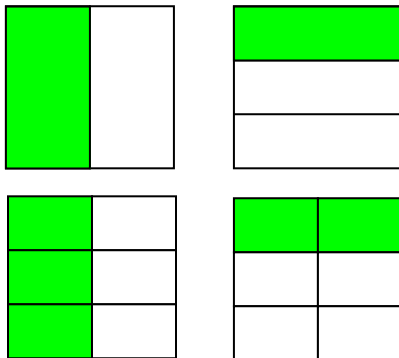
$$\frac{2}{3} - \frac{4}{9} =$$

$$\frac{6}{9} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

Réalisez suffisamment de problèmes pour que le tout soit acquis.

### Problème 13

Sur la planche annoncez qu'à gauche vous aurez des demies, au centre il y aura des tiers et demandez à votre enfant de choisir à droite une langue que les demies et les tiers peuvent apprendre facilement. Au besoin, ressortez les feuilles du problème 6 avant de lui montrer les rectangles suivants.



Demandez à votre enfant d'effectuer les opérations suivantes et de noter son travail. Ne tentez pas d'omettre le travail concret pour vous contenter du travail symbolique. Éventuellement, votre enfant devra effectuer des transferts qui le feront associer les opérations sur les fractions à diverses activités quotidiennes. Or le transfert se fait à partir des images mentales construites et non à partir des énoncés symboliques peu évocateurs.

a)  $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \quad \left(\frac{6}{6}\right)$

b)  $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} \quad \left(\frac{2}{3}\right)$

c)  $\frac{5}{2} - \frac{3}{2} \quad \left(\frac{2}{2}\right)$

d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \quad \left(\frac{4}{6}\right)$

e)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \left(\frac{3}{6}\right)$

f)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \quad \left(\frac{2}{6}\right)$

g)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \quad \left(\frac{1}{6}\right)$

h)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad \left(\frac{1}{6}\right)$

i)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \left(\frac{6}{6}\right)$

j)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \quad (0)$

Continuez au besoin.

**ANNEXE**

